評価の観点	知識・理解	単元	関数　（３年生）	実施日時	R2.9.11
本時のねらい	関数$y = ax^2$の変化の割合を求める活動を通して，変化の割合は２点を通る直線の傾きであることに気付き，一定ではないことを説明することができる。				

＜主体的・対話的で深い学びにつなげる指導について＞

【手立て①：主体的な学びを促す導入】

・１次関数$y = ax$のグラフをもとに，xの値がどこからどこまで増加しても，変化の割合は一定（比例定数aに等しい）ということを２年生の学習で学んできている。ただし，全員が定着していないと想定されるので，復習の時間で計算によって変化の割合を求める。

・関数$y = ax^2$の場合も同じようにいえるかどうかを予想させる。（この場合においては，１次関数のグラフが直線であることはあえて触れない。）そのように考えた理由を数人の生徒に話させることで，全員でどのような方法を用いて考えていけばよいのか見通しをもたせる。

【手立て②：論理的に考える展開】

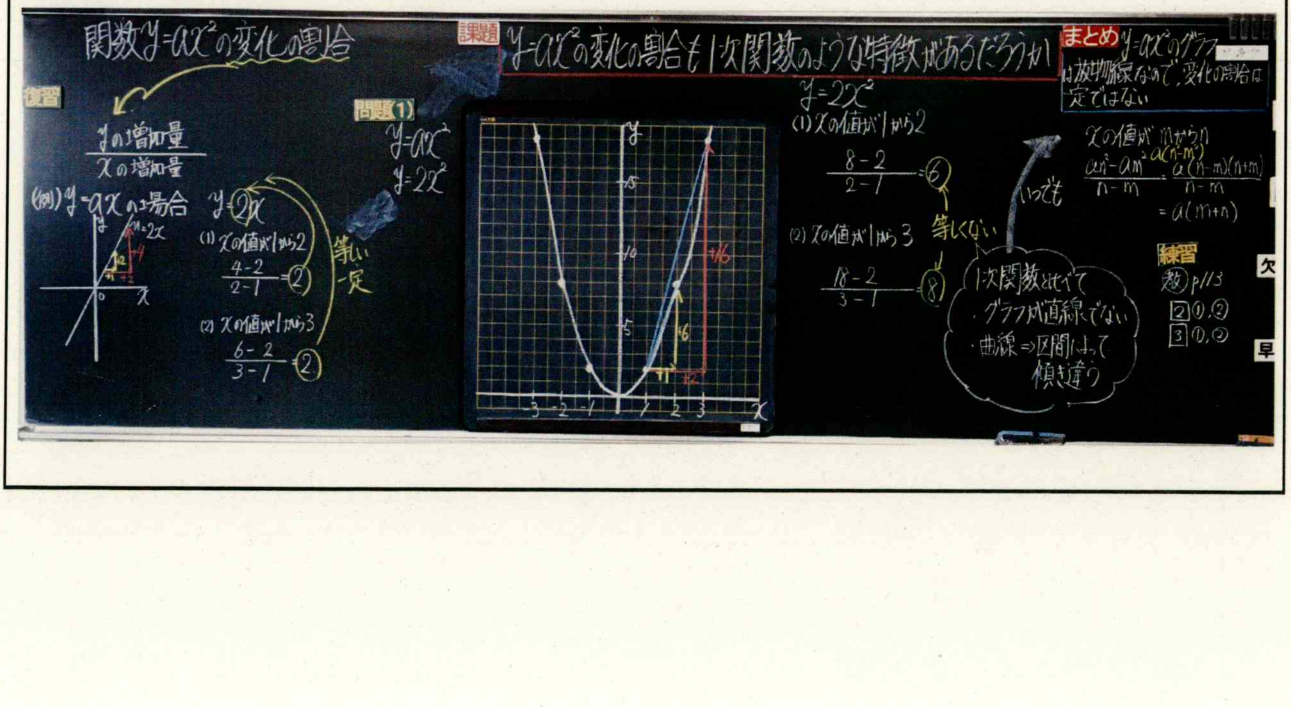
（変化の割合が表やグラフのどこと関連しているのかを考察する）

・「xの増加量によって変わる変化の割合は，関数$y = 2x^2$の表やグラフのどの部分と関連していますか。」と問うことで，板書されている１次関数$y = 2x$と関数$y = 2x^2$のグラフに着目し，グラフの特徴と変化の割合の値の関係性について考えさせる。その際，表については，生徒ノートに書いている場合に紹介する。

【手立て③：深い学びに迫る展開】

・復習で用いたxの増加量（xの値がどこからどこまで増加するか）をもとに，関数$y = ax^2$の変化の割合を求める。xの変域によって変化の割合が異なることに気付かせ，効率的に求めるためにはどのような方法で考えるとよいのか問いかける。生徒はこれまでの単元においても，どんな場合でも成り立つことを明らかにさせるためには文字を使って考えることを学習しているので，今回も文字を使えばよさそうだという予想を立てられる。（でないのであれば，教師の方から「数の性質で，どんなときもそうなりそうだというためには，これまでどのような方法を用いてきましたか？」という問いを投げかける。）

＜板書，生徒の作品，ノートなど＞



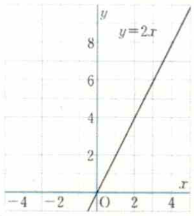
第３学年　４章　第７時　「関数$y=ax^2$の変化の割合」

場	学　習　活　動	深い学びに迫る指導の手立て（○）

問題を見いだす場面

1）前時の復習を行う。

１次関数$y=2x$では，xの値が１ずつ増加すると，対応するyの値は２ずつ増加する。
関数$y=ax^2$でも，これと同じようなことがいえるだろうか。



・例えばxの値が１から２まで増加したとき，yの値は２から４まで増加するので，変化の割合は２となる。
・例えばxの値が１から３まで増加したとき，yの値は２から６まで増加するので，変化の割合は２となる。
・変化の割合は，$\frac{yの増加量}{xの増加量}$で求められる。
・１次関数$y=ax$の変化の割合は，aの値と等しいから，計算で求めなくてもいいな。

問題解決の見通しをもつ場面

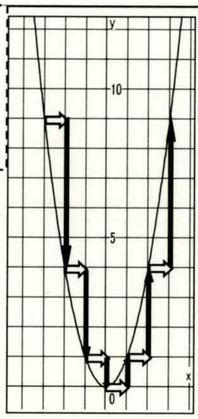
2）課題解決の見通しをもつ。
・$y=2x^2$の変化の割合も，１次関数$y=2x$と同じようにxの増加量を決めてyの増加量を求めると，変化の割合が明らかになるな。
・$y=2x^2$の変化の割合も，計算で求めない方法で考えられないかな。

関数$y=ax^2$の変化の割合も1次関数のような特徴があるだろうか

正しいことを明らかにする場面

3）個人追究を行う。

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…	9	4	1	0	1	4	9	…
yの増加量			−5	−3	−1	1	3	5	



・xの値が１ずつ増加するときの，yの増加量はバラバラだ。
・関数$y=ax^2$の変化の割合は，１次関数とは違って一定ではないんだ。
・変化の割合は，グラフ上の２点を通る直線の傾きを示している。
・変化の割合が一定だと直線になり，一定じゃないと曲線になる。

まとめたり，新たな問題を見いだしたりする場面

4）全体交流を行う。
・関数$y=ax^2$の変化の割合は，１次関数と違って一定ではなく，aの値とも違っているから，xの増加量とｙの増加量の関係をそれぞれ調べる必要がある。
【一般化を図る】
・数の性質を明らかにするときも文字を使ったので，例えば関数$y=ax^2$のxの値がmからnまで増加したとき，yの値はam^2からan^2まで増加するので，変化の割合は$\frac{an^2-am^2}{n-m}=a(m+n)$となる。

5）本時の自己の成長を振り返る。
・変化の割合は一定ではなく，xの値の増加の区間によっても変わってくる。
・変化の割合が一定でないから，関数$y=ax^2$のグラフは，直線にはならないということが分かった。変化の割合の変わり方にはきまりがありそうだ。だから，なめらかな曲線になるのではないか。

深い学びに迫る指導の手立て（○）

○補助発問
「yの増加量をグラフに書き込もう。」
関数$y=2x$のグラフをかいたプリントを用意し，yの増加量を書き込ませ，変化の割合がどこの部分に現れているかを捉えさせる。

○補助発問
「関数$y=ax^2$の変化の割合も，式をみてすぐに求められますか。」
１次関数$y=ax$の変化の割合がaの値と等しいというところから，xの増加量とyの増加量を求めてから変化の割合を求める以外の方法が考えられないのか思考させる。

○補助発問
「どうして変化の割合が一定にならないのですか。」
変化の割合が一定でない理由を，表や式をもとにして考えさせる。

【変化の割合を求めることのできない生徒】
・１次関数の変化の割合の求め方を想起させ，xの増加量とyの増加量を算出すれば求めることができると気付かせる。

【変化の割合が一定ではないことに気付いた生徒】
・既習の関数の中で，変化の割合が一定ではなかった反比例という関数があることに気付かせ，変化の割合が一定でないとグラフは直線にはならないことを実感させる。

○論理的に考えることができるようにするための指導
・$y=2x$では，xの増加量がいくつでも変化の割合は一定だったが，どうして関数$y=ax^2$の場合は，xの増加量が変わると変化の割合が変わるのか，表やグラフと関連付けて考察させる。

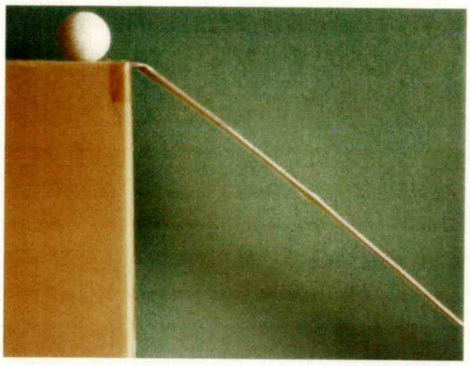
○統合的・発展的に考えることができるようにするための指導
・関数$y=ax^2$の変化の割合が一定でない理由を，文字を使って考えられるようにする。

<評価規準>
関数$y=ax^2$の変化の割合が一定でないことを，表やグラフと関連付けて説明することができる。
【知識・理解】

評価の観点	知識	単　元	関数　（３年生）	実践日時	R2.9.25
本時のねらい	ボールを転がる運動に表れる関数を調べる活動を通して，今までに習ったことのない関数であることに気付き，y が x の２次式で表れる関数の表や式の特徴を理解するとともに，単元の見通しをもつことができる。				

＜主体的・対話的で深い学びにつなげる指導について＞

【手立て①：事象を数学化する導入】



・導入では，斜面からボールを転がす事象　を見せ，事象の中にある関数について考えさせる場を設定した。「ともなって変わる２量はなにか。」「その２量は関数といえるのか。」という視点で関数の学び直しを行いながら，転がる距離は時間の関数であることを見いだせるようにした。今までの関数における学習から，関数の特徴は表，式，グラフを使って調べてきたことを確認し，本時は，表と式を用いて転がる距離と時間の関数の特徴を調べることを促し，課題を提示した。

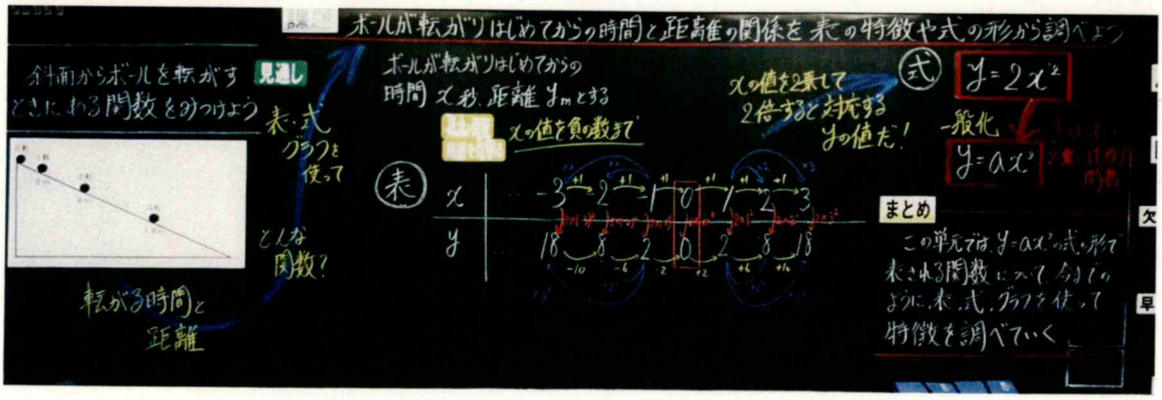
【手立て②：深い学びに迫る展開】

・展開の中で，表の特徴を調べることができない生徒に対して，学習 MAP を用いて，表から変化の様子や対応の様子の調べ方を確認する個別指導を行った。また，対応の様子から２量の関係をつかみ，式を見いだせるようにする個別指導を行った。学習 MAP を見て，既習の関数の表の特徴や式の形と比較することで，どの既習の関数とも違う特徴が表れることに気付けるようにした。

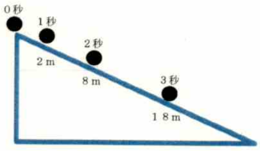
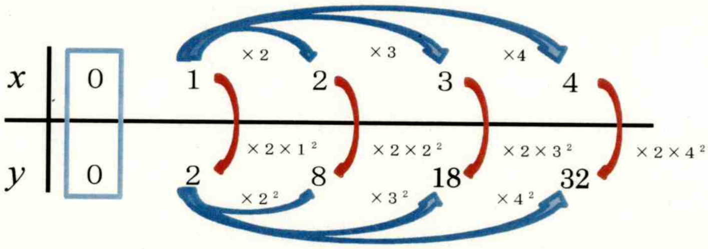
【手立て③：単元を見通す終末】

・終末では，昨年度までに作成した関数の学習 MAP を見ながら，y が x の２次式で表れる関数の式や表の特徴を学習 MAP にまとめる活動を行った。まとめながら，「この単元でどんなことを学ぶことができそうか。」と考え，全体で交流することで，既習の関数の学習と比較しながら単元の見通しをもたせることができた。

＜板書，生徒の作品，ノートなど＞



第３学年　４章　第１時　「関数 $y=ax^2$」

場	学　習　活　動	深い学びに迫る指導の手立て（〇）
問題を見いだす場面	**１）ボールを斜面から転がす事象を提示する。** ・ボールが転がり始めてからの時間と距離は，ともなって変わる２つの数量だ。 ・時間を１つ決めると，距離がただ１つに決まるので距離は時間の関数だ。 ・距離は時間のどんな関数になるのかな。 ボールが転がり始めてからの時間を x 秒，距離を y mとする。このときの x と y の関係を調べよう。  	**〇事象から関数関係にある２つの数量が見いだせるようにするための指導** ・「転がり始めてからの時間」という変わる１つの数量を提示し，もう１つ何が変化しているかを問うことで，距離がともなって変わることに気付かせる。 ・１秒経ったら何ｍ転がっているか等と補助発問を行い，１対１対応であることに気付かせ，学習 MAP で学び直しを行うことで，距離は時間の関数であることに気付かせる。
問題解決の見通しをもつ場面	**２）問題解決の見通しをもつ。** ・今までの関数の学習では，表や式やグラフを用いて考えてきたな。 ・今まで習った関数と同じ特徴はあるかな。 ・今日は特に表の特徴や式の形から関係を調べていくんだな。 **３）本時の課題をつかむ。** ボールが転がり始めてからの時間と距離の関係を，表の特徴や式の形から調べよう	**〇問題解決の見通しをもてるようにするための指導** ・見通しがもてない生徒に対しては，学習 MAP を用いた学び直しを行うことで，表，式，グラフを用いて関数の特徴を調べてきたことに気付かせることで，見通しをもてるようにする。
正しいことを明らかにする場面	**４）表の特徴や式の形から x と y の関係を調べ，個人追究や全体交流を行う。** **＜表の特徴について＞**  ・$x=0$ のとき，$y=0$ となるな。これは比例の表の特徴と似ているな。 ・x の値が２倍，３倍…となると，対応する y の値は 2^2倍，3^2倍…となっているな。 ・x の値が１ずつ増加すると，対応する y の値は一定に変化しないな。 ・表の対応の様子は，x の値を２乗して，２倍したものが y の値になっている。 ・これらの特徴は，今まで習った関数の特徴とは違うぞ。 **＜式の形について＞** ・表の対応の様子から，この関数は $y=2x^2$ という式の形をしているな。これは，今まで習った関数の式の形とは違うぞ。	**〇論理的に考えることができるようにするための指導** ・表の特徴が調べられない生徒には，学習 MAP を用いて変化の様子の調べ方を復習することで，x の値が２倍，３倍…となると，対応する y の値は 2^2倍，3^2倍…となっていることに気付かせる。 ・式の形を見いだせない生徒には，対応の様子の調べ方を確認し，y の値が偶数であることや x の値を２乗したものとの関係を考えさせることで，式の形を見いだせるようにする。
自分の考えを振り返る場面	**５）関数 $y=ax^2$ を定義した後，この単元で追究できそうなことを考え，全体で交流する。** ・表，式だけではなくて，グラフの形についても追究したいな。 ・比例定数 a の値が正の数のときと負の数のときで表やグラフの様子は変わるのかな。 ・この関数では，変化の割合はどうなるのかな。 ・この関数はこの事象以外にも，日常生活のどんな場面で表れるのかな。 **６）２乗に比例する関数の表の特徴，式の形を学習ＭＡＰにまとめる。** **７）本時の自己の成長を振り返る。** ボールが転がり始めてからの時間と距離の関係は，$y=ax^2$ という式の形をしている新しい関数であることがわかりました。最初は式の形がわからなかったけれど，今まで習った関数の学習の表の見方をすることで，x と y の関係を見つけることができました。これからの追究では，今まで習った関数の学習を生かしながら，表や式だけではなくて，グラフの特徴を調べたり，変化の割合について調べたりしていきたいです。	**〇統合的・発展的に考えることができるようにするための指導** ・式の形を明らかにできた生徒には，「x の変域を負の数まで考えると，表にはどんな特徴が表れるかな。」と声をかけ，範囲を拡張して表の特徴を考えられるように促す。 ・既習の関数領域における学びを振り返りながら，グラフの形，変化の割合，比例定数の正負による特徴の違いなど，この単元で追究できそうなことを考えることで，単元全体の見通しをもてるようにする。 ・関数 $y=ax^2$ の表の特徴や式の形を，既習の関数の特徴と比較しながら学習 MAP にまとめることで，本時の学習を統合的・発展的に考えながら振り返ることができるようにする。 ＜評価規準＞ y が x の２次式で表れる関数の表や式の特徴を理解するとともに，単元の見通しをもとうとすることができる。【知識・理解】

評価の観点	数学的な見方や考え方	単　元	関数（３年生）	実践日時	R2.9.29
本時のねらい	紙を重ねて切っていく事象の中に表れる関数関係を明らかにする活動を通して，表，式，グラフを使って調べることで，既習とは異なる関数関係があることに気付き，その関数の特徴を考察することができる。				

＜主体的・対話的で深い学びにつなげる指導について＞

【手立て①：事象を数学化する導入】

・紙を半分に切るという事象を実際に見せ，「この中に関数はあるだろうか。」と問うことで，伴って変わる２つの数量に着目させ，「紙を切った回数」と「枚数」に関数の関係があることを見いだした。そして，その関係をどのように調べてきたか問うことで，表，式，グラフのそれぞれの特徴を相互に関連付けたり，既習の関数と比べたりするとよいという見通しをもって課題を提示した。

【手立て②：深い学びに迫る展開】

・学習ＭＡＰを使って既習の関数の表，式，グラフの特徴と比較させることで，これまで学習したことのない関数でることに気付かせた。

・表やグラフを使って既習の関数とは異なる関数である根拠を明らかにできた生徒に，この事象を式で表すことを促すことで，式で表すときは表を対応の見方で考えるとよいことを想起させ，$y=2^x$と表れることに気付かせた。

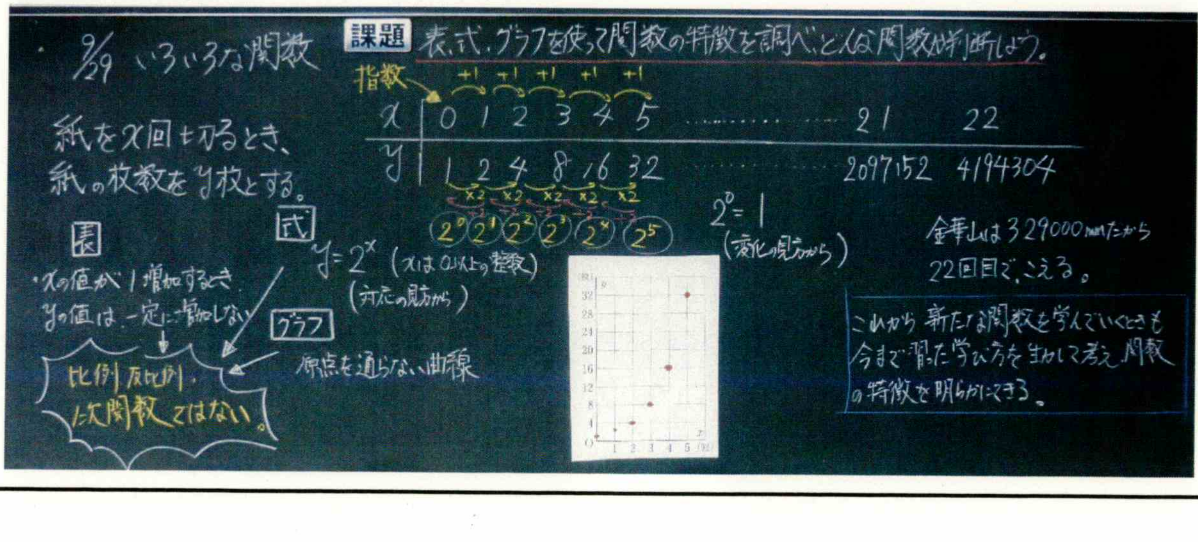
・$x=0$のときに$y=1$となることを$y=2^x$で表すことができるのかと考える生徒の疑問に焦点を当て，表を変化の見方をすることで$2^0=1$となることを明らかにした。

【手立て③：学習した関数を活用する終末】

・終末では，紙を何回切ると金華山の高さをこえるかという問題を考えることを通して，指数関数はxの値が増加するのにともなって，yの値の変化率が急激に増えていく特徴を実生活と関連付けることで実感させた。

・単元の終末に学習した関数を活用する問題を位置付けることで，どんな関数でも表，式，グラフを使って学習した見方で調べれば，その関数の関係を見いだすことができると気付かせた。

＜板書，生徒の作品，ノートなど＞



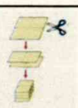
第３学年　４章　第１２時（１２／１４）　「関数」

場	学習活動	深い学びに迫るための指導の手立て

問題を見いだす場面

1）事象から関数を見いだし，問題を設定する。

１枚の紙を半分に切ると，２枚になる。
次に，その２枚を重ねて半分に切ると，
２×２で４枚になる。



・紙を切った回数と，紙の枚数がともなって変わる２つの数量だ。
・紙を切った回数を１つに決めると，それに対応して枚数がただ１つに決まるから，紙の枚数は，切った回数の関数であるといえる。。
・x 回切ったときの紙の枚数を y 枚として，x と y の関係を調べよう。

〇問題を見いだせるようにする指導

・紙を切る操作を見せ，「関数はありますか。」と発問することで，紙を切った回数と紙の枚数がともなって変わる２つの数量であることや，それらがどんな関数になるかを考えるようにする。

問題解決の見通しをもつ場面

2）問題解決の見通しをもつ。
・これまで学習した関数といえるのかな。
・表，式，グラフを使って関数の特徴を調べたい。

3）課題をつかむ。

表，式，グラフを使って関数の特徴を調べ，どんな関数か判断しよう

〇問題解決の見通しをもてるようにする指導

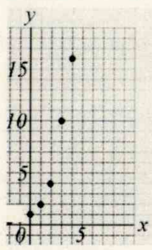
・見通しのもてない生徒には「学習ＭＡＰ」を見ることで，今までも表，式，グラフを用いて考察していたことを学び直す。
・既習の関数の特徴と比較することで，どんな関数か判断できそうだと見通す。

正しいことを明らかにする場面

4）表，式，グラフを使って，関数の特徴を考察する。

切った回数 (x)	0	1	2	3	4	5	6	…	x
紙の枚数 (y)	1	2	4	8	16	32	64	…	2^x

・表で表すと，上のようになった。
・変化の見方で見ると，x の値が１増加すると y の値は２倍になる。
・x，y の変域からグラフは右のようになる。
・表やグラフから，これまでに学習した関数の特徴とは異なるから，比例，反比例１次関数，x の２乗に比例する関数ではない。
・対応の見方で見ると，式は $y=2^x$ になる。けれど，$2^0=1$ と言ってもよいのだろうか。



・$2^0=1$ といってよい理由を考えると，変化の見方から，x の値が１増加すると y の値は２倍になるので，逆に見れば，x の値が１減少すると y の値は $\frac{1}{2}$ になると思う。

〇論理的に考察できるようにする指導

・これまでの学習から，表では変化の見方で調べることで，x の値が１増加すると y の値は２倍増加する，対応の見方で調べると $y=2^x$ と式で表すことができると気付かせる。
・学習ＭＡＰを用いて，これまでの関数と比較させる。

〇統合的・発展的に考察できるようにする指導

・x と y の関係から，式で表すと $y=2^x$ と考えられるが，$2^0=1$ といってもよいかという疑問を取り上げる。表を変化の見方でみることで，$2^0=1$ としてもよいことを確認する。

まとめたり，新たな問題を見いだしたりする場面

5）問題に取り組む。

紙の厚さは0.1ｍｍとします。何回でも紙を切って重ねることができるとすると，何回切れば金華山（329000 ㎜）をこえますか。

・（予想）100回以上切るのではないかな。
・21回目で209715.2㎜。22回目で419430.4㎜になる。金華山は329000㎜だから22回目でこえる。

〇考察した関数の特徴を活用できるようにする指導

・金華山の高さを超える回数を考えることで，指数関数は x の値が増加するのにともなって，y の値の変化率が急激に増えていく特徴を実生活と関連付けることで実感できるようにする。

6）本時の学習を振り返る。

今までに学習した１次関数や関数 $y=ax^2$ と変化や対応の様子が違う関数があることを知りました。最初は，どんな関数になるかよくわからなかったけれど，今までのように，表，式，グラフを使って調べれば，特徴を明らかにできました。これから，また新たな関数を学んでいくときにも，今まで習った学び方を生かして考えていき，関数の特徴を明らかにしていきたいです。

<評価規準>
既習とは異なる関数について，変化や対応の特徴を見いだし，表，式，グラフを使って考察することができる。
【数学的な見方や考え方】